

Barem de corectare OLM 2025 Clasa a VII-a

P1 – autor Simona Dumitrescu

a) $\frac{1}{1+3^{-3}} = \frac{1}{1+\frac{1}{27}} = \frac{27}{28}$	1p
$\frac{a}{c+7} = \frac{b}{a+5} = \frac{c}{b+3} = \frac{1}{1+3^{-3}} \Rightarrow \frac{a+b+c}{a+b+c+15} = \frac{27}{28} \quad (1)$	1p
$(1) \Rightarrow \frac{a+b+c}{15} = 27 \Rightarrow a+b+c = 15 \cdot 27 \Rightarrow a+b+c = 405$	1p
b) $a+b+c = 405, a, b, c \in \mathbb{Q}^+ \Rightarrow 0 < a < 405; 0 < b < 405; 0 < c < 405$	1p
$r < \frac{a}{2025-2 \cdot 405} + \frac{b}{2025-2 \cdot 405} + \frac{c}{2025-2 \cdot 405} \Rightarrow r < \frac{a+b+c}{1215} \Rightarrow r < \frac{405}{1215} \Rightarrow r < \frac{1}{3}$	1p
$r > \frac{a}{2025-2 \cdot 0} + \frac{b}{2025-2 \cdot 0} + \frac{c}{2025-2 \cdot 0} \Rightarrow r > \frac{a+b+c}{2025} \Rightarrow r > \frac{405}{2025} \Rightarrow r > \frac{1}{5}$	1p
$\left. \begin{array}{l} r < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{r} > 3 \\ r > \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{r} < 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 < \frac{1}{r} < 5$	1p

P2 – adaptare problemă GM 10/ 2024

Cazul I: $n = 2k + 1 \Rightarrow 40^{2k+1} + 25^{2k+1} = 5^{2k+1} \cdot (8^{2k+1} + 5^{2k+1})$	1p
$uc(8^{2k+1} + 5^{2k+1}) \in \{3, 7\} \Rightarrow (8^{2k+1} + 5^{2k+1}) \not\equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow 5^{2k+1} \cdot (8^{2k+1} + 5^{2k+1})$ nu este pătrat perfect (1)	1p
Cazul II: $n = 2k \Rightarrow 40^{2k} = (39+1)^{2k} = M_{39} + 1 = M_3 + 1$	2p
$25^{2k} = (24+1)^{2k} = M_{24} + 1 = M_3 + 1$	1p
$40^n + 25^n = M_3 + 1 + M_3 + 1 = M_3 + 2 \Rightarrow 40^n + 25^n$ nu este pătrat perfect (2)	1p
Din (1) și (2) $\Rightarrow \sqrt{40^n + 25^n}$ este irațional	1p

P3 – autor Ion Neață (GM 10/ 2024)

a) M și N sunt mijloacele diagonalelor trapezului $\Rightarrow MN$ este inclusă în linia mijlocie a trapezului $\Rightarrow MN \parallel AB \parallel CD$	1p
$MN \parallel DC; DM \parallel CN \Rightarrow DMNC$ este paralelogram $\Rightarrow MN = DC$	1p
$MN = \frac{AB - DC}{2} \Rightarrow 2MN = AB - DC \Rightarrow 2DC = AB - DC \Rightarrow AB = 3 \cdot DC$	1p
b) $\triangle MDC \equiv \triangle MQA$ (ULU) $\Rightarrow AQ \equiv DC$	2p
Cum $AQ \equiv DC$ și $AQ \parallel DC \Rightarrow AQCD$ este un paralelogram	2p

P4 – autor Dan Vulc

a) $\sphericalangle BAC = 2x^0 \Rightarrow BMC = 4x^0 \Rightarrow APB + ANC = 360^0 - 4x^0$	1p
Punctele P și N sunt mijloacele arcelor AB, respectiv AC $\Rightarrow PAN = AP + AN = \frac{360^0 - 4x^0}{2} = 180^0 - 2x^0$	1p
$\sphericalangle PMN = \frac{PAN}{2} = \frac{180^0 - 2x^0}{2} = 90^0 - x^0$	1p
b) $AEMF$ este paralelogram $\Rightarrow \sphericalangle BAC = \sphericalangle PMN \Rightarrow 2x^0 = 90^0 - x^0 \Rightarrow x = 30^0 \Rightarrow \sphericalangle BAC = 60^0$ (1)	1p
$AEMF$ este paralelogram și AM este bisectoarea $\sphericalangle EAF \Rightarrow AEMF$ este romb	1p
$AEMF$ este romb și MA este bisectoarea $\sphericalangle PMN \Rightarrow AN = AP \Rightarrow AC = AB \Rightarrow AC = AB$ (2)	1p
Din (1) și (2) $\Rightarrow \triangle ABC$ este echilateral	1p